# Powtórka: macierze

1. Przypomnij sobie definicję mnożenia macierzy i związek z sieciami neuronowymi.
2. Oblicz $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}^n$.
3. Niech $A \in \{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}\}$. Wylicz zbiory $\{x \mid Ax = 0\}$ oraz $\{x \mid Ax = x\}$, zinterpretuj $A$ geometrycznie.
4. Rozważmy macierz $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, niech $e_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Oblicz $Ae_1, A^2e_1, \ldots, A^6e_1$. Zaznacz te wektory w układzie współrzędnych. Zrób to samo dla $e_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ (ale postaraj się to zrobić już bez liczenia). Wywnioskuj, że $A^6 = Id$.
5. Niech $\lambda$ będzie zmienną. Rozważmy macież $A(\lambda) = \begin{pmatrix} a-\lambda & b \\ c & d-\lambda \end{pmatrix}$. Jest to rodzina mecierzy zależąca od zmiennej $\lambda$. Wylicz $det(A(\lambda))$ i zauważ, że jest to wielomian stopnia 2 zmiennej $\lambda$.
6. Znajdź wartości własne i wektory własne macierzy $\begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & a \end{pmatrix}$.
7. Pokaż, że obrót o kąt $\alpha$ wokół środka układu współrzędnych jest zadany macierzą. Znajdź tę macierz i zastanów się jakie ma wartości własne. Jak można zinterpretować teraz mnożenie przez liczbę zespoloną za pomocą macierzy?