

Parkietaże i grupy symetrii płaskich
Lista 1 - uzupełnienie.

Manipulacje wielokątami foremnymi

101. 8-kąt foremny wpisano w kwadrat o boku a w taki sposób, że co drugi bok 8-kąta jest zawarty w boku kwadratu. Oblicz długość b boku tego 8-kąta, a także odległość d wierzchołka kwadratu od najbliższych wierzchołków 8-kąta. Zrób analogiczne zadanie dla 12-kąta foremnego wpisanego w sześciokąt foremny.
102. 12-kąt foremny wpisano w kwadrat o boku a w taki sposób, że cztery boki tego 12-kąta (co trzeci bok) są zawarte w bokach kwadratu. Oblicz długość d boku tego 12-kąta. Zrób też analogiczne zadanie dla dwunastokąta foremnego wpisanego w trójkąt równoboczny.
103. Wiadomo, że sześciokąt foremny można wyparkietować trójkątami równobocznymi o bokach tej samej długości co boki sześciokąta. Znajdź 2 sposoby wyparkietowania w taki sposób, wielokątami foremnymi być może kilku różnych rodzajów, 12-kąta foremnego. Czy któryś z tych parkietaży 12-kąta jest fragmentem jakiegoś parkietażu Archimedesowego?
104. Uzasadnij, że dla n różnego od 6 i 12, żadnego n -kąta foremnego nie da się wyparkietować mniejszymi wielokątami foremnymi o bokach tej samej długości co boki tego n -kąta. WSKAZÓWKA: ustal jakie wielokąty parkietażu mogą się spotykać w wierzchołku brzegowym n -kąta tworząc w sumie kąt mniejszy niż 180° .

Parkietowanie 5-kątem

105. Dany jest dowolny pięciokąt $ABCDE$ mający
 - oś symetrii przechodzącą przez wierzchołek D ,
 - kąty proste przy wierzchołkach E i C ,
 - cztery boki tej samej długości: $|BC| = |CD| = |DE| = |EA|$.

Uzasadnij, że takim pięciokątem da się wyparkietować całą płaszczyznę w sposób wielokątowy.

WSKAZÓWKA: uzasadnij najpierw, że oś symetrii tego pięciokąta tworzy z bokami CD i DE kąty równe kątom przy wierzchołkach A i B pięciokąta; wykorzystaj tę informację do konstrukcji parkietażu.

UWAGA: porównaj uzyskany parkietaż z parkietażem dualnym do Archimedesowego parkietażu $3 - 3 - 4 - 3 - 4$.

Okolice parkietaży Archimedesowych

106. Pokaż, że każda z następujących czterech figur wierzchołkowych z wielokątów foremnych rozszerza się do wielokątowego, ale nie Archimedesowego, parkietażu całej płaszczyzny wielokątami foremnymi: $3 - 3 - 4 - 12$, $3 - 4 - 3 - 12$, $3 - 3 - 6 - 6$, $3 - 4 - 4 - 6$.
107. Uzasadnij, że następujące figury wierzchołkowe z wielokątów foremnych nie rozszerzają się do żadnego wielokątowego parkietażu całej płaszczyzny wielokątami foremnymi: $3 - 7 - 42$, $3 - 8 - 24$, $3 - 9 - 18$, $3 - 10 - 15$, $4 - 5 - 20$, $5 - 5 - 10$.
WSKAZÓWKA: wykorzystaj listę wszystkich potencjalnych figur wierzchołkowych utworzonych z wielokątów foremnych.
108. Wykaż, że parkietaż Archimedesowy $4 - 8 - 8$ jest jedynym parkietażem wielokątowym z wielokątów foremnych posiadającym 8-kątną klepkę.
WSKAZÓWKA: jak w poprzednim zadaniu.

ZADANIE DOMOWE
do oddania na zajęciach 8 listopada 2016

Galeria to dwustronnie nieskończony ciąg wielokątów taki, że każde dwa kolejne wielokąty mają wspólny bok, a każde dwa niekolejne - conajwyżej wspólny wierzchołek. Zrealizuj w formie galerii z wielokątów foremnych szlaki o wszystkich 7 typach symetrii. Postaraj się zrobić to możliwie oszczędnie ze względu na następujące kryteria:

- (a) jak najmniejszą liczbą różnych wielokątów;
- (b) jak najmniejszą liczbą wielokątów w cyklu podstawowej translacji szlaku;
- (c) jak najmniejszą liczbą klas tranzytywności wielokątów w galerii.

Zrób tabelkę swoich rekordów dla tych trzech kryteriów optymalności i dla wszystkich siedmiu typów symetrii szlaków. W każdym polu tabelki wstaw odpowiednią liczbę (twój rekord dla danego typu symetrii dotyczący danego kryterium), oraz mały ale wyraźny rysunek odpowiedniej galerii.